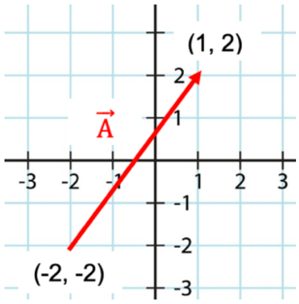
Nombre: ……………………………….

1. (1,5 p)
   a) Expresa y representa el vector de posición $\vec{A}$ del punto (1,2) respecto al punto (-2, -2).
   b) Halla el vector unitario en la dirección y sentido de $\vec{A}$.
   c) Halla el ángulo que forma $\vec{A}$ con el vector $\vec{B} = 4\vec{i}$.

a) $\vec{A}$ es el vector de posición del punto (1, 2) respecto al punto (-2, -2):

$$\vec{A} = (1, 2) - (-2, -2) = (3, 4) = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$$

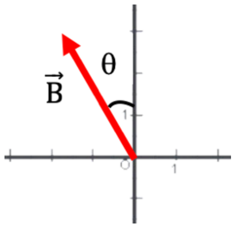


b) $\vec{A} = 3\,\vec{i} + 4\,\vec{j}$ $\quad |\vec{A}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ $\quad \vec{u} = \dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \dfrac{3\vec{i} + 4\vec{j}}{5} = \dfrac{3}{5}\vec{i} + \dfrac{4}{5}\vec{j}$

c) $\cos\alpha = \dfrac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|} = \dfrac{3\cdot 4+4\cdot 0}{5\cdot 4} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow \alpha = 53{,}13^\circ$

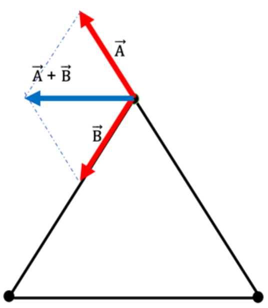
2. (1,5 p) Dados los vectores $\vec{A} = \vec{i} + 3\,\vec{k}$ y $\vec{B} = -2\,\vec{i} + 3\,\vec{j}$, halla:
   a) El ángulo de $\vec{B}$ con el eje Y.
   b) $\vec{A} \times \vec{B}$

a) $\mathrm{tg}\theta = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \theta = \mathrm{arctg}\,\dfrac{2}{3} \Rightarrow \theta = 33{,}7^\circ$



b) $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -9\,\vec{i} - 6\,\vec{j} + 3\,\vec{k}$

3. (1,5 p) Los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ se apoyan en el vértice del triángulo equilátero de la figura y tienen de módulo 10.



   a) Halla el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$. $\quad 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$
   b) Expresa ambos vectores. $\quad \vec{A} = 10\cdot\cos 120^\circ\ \vec{i} + 10\cdot \mathrm{sen}120^\circ\,\vec{j} = -5\,\vec{i} + 5\sqrt{3}\,\vec{j}$

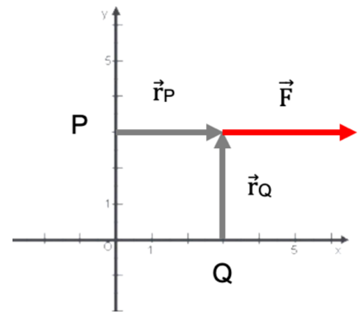
$\vec{B} = 10 \cdot \cos 240^\circ\ \vec{i} + 10 \cdot \text{sen}240^\circ\, \vec{j} = -5\,\vec{i} - 5\sqrt{3}\,\vec{j}$

c) Halla su suma analítica y gráficamente $\vec{A} + \vec{B} = -10\,\vec{i}$

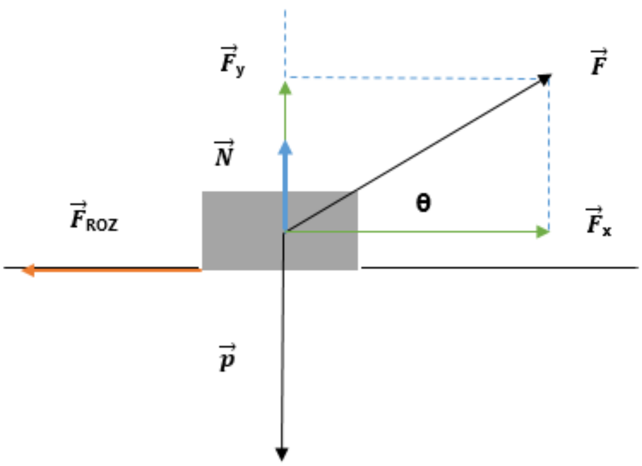
4. (1 p) Explica por qué el momento $\vec{M}$ de una fuerza $\vec{F}$ aplicada sobre un cuerpo puede ser nulo respecto a un punto P pero puede ser máximo respecto a otro punto O distinto. Dibuja un diagrama para ayudarte.

El momento $\vec{M}_P$ respecto a P es 0 porque $\vec{r}_P$ y $\vec{F}$ son paralelos y sen0º = 0: $\vec{M}_P = \vec{r}_P \times \vec{F} = 0$

El momento $\vec{M}_Q$ respecto a Q es máximo porque $\vec{r}_Q$ y $\vec{F}$ son perpendiculares y sen90º = 1: $\vec{M}_Q = \vec{r}_Q \times \vec{F} =$ máximo



5. (2,5 p) Sobre un bloque de 10 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal rugosa, se aplica una fuerza de 40 N que forma un ángulo de 60º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie vale 0,2. Realice un esquema indicando las fuerzas que actúan sobre el bloque y calcule la variación de energía cinética del bloque cuando éste se desplaza 0,5 m.
   $g = 9{,}8\ \text{m s}^{-2}$



$$F_R = \mu \cdot (m \cdot g - F\text{sen}25^\circ) = 0{,}2 \cdot (10 \cdot 9{,}8 - 40 \cdot \text{sen}60^\circ) = 12{,}7\ \text{N}$$

$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot d \cdot \cos 60^\circ = 40 \cdot 0{,}5 \cdot \cos 60^\circ = 10\ \text{J}$

$W_R = \vec{F}_R \cdot \Delta\vec{r} = F_R \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 12{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot (-1) = -6{,}35\ \text{J}$

$W_p = \vec{p} \cdot \Delta\vec{r} = p \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$

$W_N = \vec{N} \cdot \Delta\vec{r} = N \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$

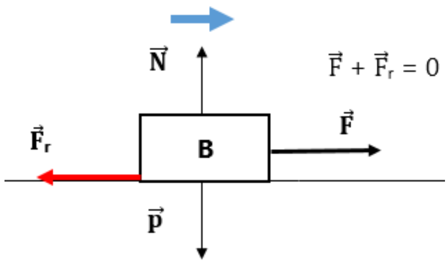
Aplicamos el Teorema de las Fuerzas Vivas: $\Delta Ec = \cancel{W_C} + W_{NC} = W_F + W_R = 10 - 6{,}35 = 3{,}65\ \text{J}$

6. (1 p) Indica razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "La energía mecánica de un cuerpo solo se conserva si no tiene aplicadas fuerzas no conservativas".

La afirmación es falsa. La energía mecánica se conserva si el trabajo de las fuerzas no conservativas es 0:

$$\Delta Ec = W_{NC} = 0$$

Esto no solo ocurre cuando no hay aplicadas fuerzas no conservativas, sino también cuando SÍ hay aplicadas fuerzas no conservativas pero su trabajo conjunto es 0. Por ejemplo:



7. (1 p) Dos partículas A y B tienen la misma energía cinética. Halla la relación entre sus masas si la velocidad de A es el doble que la de B.

$$Ec_A = Ec_B \qquad v_A = 2 \cdot v_B \qquad Ec = \frac{m \cdot v^2}{2} \Rightarrow m = \frac{2 \cdot Ec}{v^2}$$

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{\frac{2 \cdot Ec_A}{v_A^2}}{\frac{2 \cdot Ec_B}{v_B^2}} = \frac{2 \cdot Ec_A \cdot v_B^2}{2 \cdot Ec_B \cdot v_A^2} = \frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{v_B^2}{(2 \cdot v_B)^2} = \frac{v_B^2}{4 \cdot v_B^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_B = 4 \cdot m_A$$