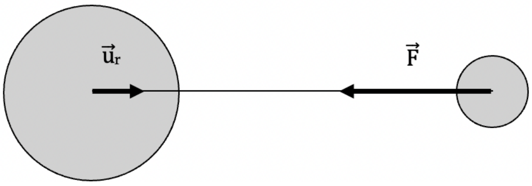
1. LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL. FUERZA GRAVITATORIA.

La fuerza gravitatoria es una de las cuatro interacciones fundamentales. La propiedad de la materia responsable de la fuerza gravitatoria es la masa. Esta fuerza se ejerce entre masas y es de naturaleza atractiva y central (depende solo de la distancia a la masa que ejerce la fuerza y está dirigida radialmente hacia ella). La fuerza gravitatoria viene definida por la Ley de Gravitación Universal de Newton.

La fuerza $\vec{F}$ con la que un cuerpo de masa M atrae a otro cuerpo de masa m cuyo vector de posición respecto a M es $\vec{r}$ viene dada por:

$\vec{F} = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{u}_r = -F \cdot \vec{u}_r$ donde $F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$ es el módulo de $\vec{F}$ y donde $\vec{u}_r$ es el vector unitario en la dirección y sentido de $\vec{r}$.



El signo menos indica que la fuerza tiene sentido contrario a este vector. G es la Constante de Gravitación Universal, cuyo valor es $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}$.

La masa gravitatoria (responsable de la fuerza gravitatoria) y la masa inercial (responsable de la resistencia de los cuerpos a ver alterado su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme) coinciden.

2. CAMPO GRAVITATORIO. INTENSIDAD DEL CAMPO GRAVITATORIO.

La intensidad de campo gravitatorio $\vec{g}$ generada por una masa M en un punto P es:

$$\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r = -g\,\vec{u}_r$$

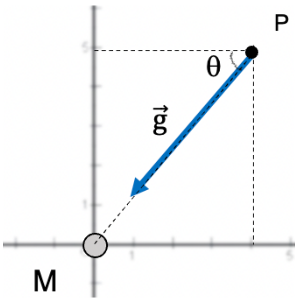
Donde r es la distancia de M a P y $\vec{u}_r$ es el vector unitario en la dirección y sentido del vector de posición de P respecto a M.

$\vec{g}$ es la fuerza por unidad de masa que experimenta una masa prueba situada en ese punto. Su valor coincide con el de la aceleración de la gravedad en ese punto. Su unidad es $N \cdot kg^{-1}$ o $m \cdot s^{-2}$.

CÓMO EXPRESAR EL VECTOR INTENSIDAD DE CAMPO GRAVITATORIO $\vec{g}$ CREADO POR UNA MASA M EN UN PUNTO P.

Ejemplo:
Calcular el campo gravitatorio en el punto P(4,5) creado por una masa M = 10 kg situada en el origen O(0,0)

1) Representamos $\vec{g}$ y hallamos la distancia entre M y P: $r = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$



2) Calculamos el módulo de $\vec{g}$: $g = G\frac{M}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{10}{\sqrt{41}^2} = 1{,}63 \cdot 10^{-11}\ N \cdot kg^{-1}$.

3) Para expresar el vector $\vec{g}$ podemos seguir dos procedimientos:

1er MÉTODO. Mediante el vector unitario $\vec{u}_r$ y escribiendo $\vec{g} = -\, g\, \vec{u}_r$

$$\vec{r} = (4,5) - (0,0) = (4,5) = 4\,\vec{\imath} + 5\,\vec{\jmath} \qquad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{4}{\sqrt{41}}\vec{\imath} + \frac{5}{\sqrt{41}}\vec{\jmath}$$

$$\vec{g} = -\, g\, \vec{u}_r = -\, 1{,}63 \cdot 10^{-11}\left(\frac{4}{\sqrt{41}}\vec{\imath} + \frac{5}{\sqrt{41}}\vec{\jmath}\right) = \mathbf{-\, 1{,}02 \cdot 10^{-11}\, \vec{\imath} - 1{,}27 \cdot 10^{-11}\, \vec{\jmath}\ N \cdot kg^{-1}}$$

2º MÉTODO. Calculamos el cosθ y el senθ del ángulo que forma con el eje x:

$$\cos\theta = \frac{4}{\sqrt{41}} = 0{,}625 \qquad \operatorname{sen}\theta = \frac{5}{\sqrt{41}} = 0{,}781$$

- Expresamos el vector teniendo en cuenta el signo de las dos componentes en el dibujo:

$$\vec{g} = -\, g \cos\theta\, \vec{\imath} - g \operatorname{sen}\theta\, \vec{\jmath} = \mathbf{-\, 1{,}02 \cdot 10^{-11}\, \vec{\imath} - 1{,}27 \cdot 10^{-11}\, \vec{\jmath}\ N \cdot kg^{-1}}$$

El **principio de superposición** de campos indica que el campo total generado por un conjunto de masas en un punto del espacio se obtiene sumando vectorialmente los campos generados por cada una de esas masas en dicho punto: $\vec{g} = \sum_{i=1}^{n} \vec{g_i}$

Ejercicios de la HOJA 1 GRAVITATORIO

3. ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.

Una fuerza $\vec{F}$ es conservativa si el trabajo que realiza entre dos posiciones A y B no depende de la trayectoria seguida entre A y B sino solo de las posiciones A y B.

Calculamos el trabajo de la fuerza gravitatoria entre dos puntos A y B:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_A^B G\, \frac{Mm}{r^2}\, \vec{u}_r \cdot d\vec{r} = -\, GMm \cdot \int_A^B \frac{dr}{r^2} = -\, GMm \cdot \left[\frac{-1}{r}\right]_A^B = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A} = -\, Ep_B + Ep_A = -\, \Delta Ep$$

Donde hemos definido: $Ep = -\,\frac{GMm}{r}$

Que es la energía potencial gravitatoria Ep que adquiere un cuerpo de masa m al situarlo a una distancia r de un cuerpo de masa M. Vemos que la energía potencial es negativa, aumenta al aumentar r, y en el infinito vale 0.

Validez de la expresión $E_p = m \cdot g \cdot h$

Vamos a deducir la fórmula Ep = mgh a partir de la expresión $Ep = -\,\frac{GMm}{r}$:

Calculamos cuánto aumenta la Ep al elevar un cuerpo de masa m desde la superficie de la Tierra ($r = R_T$) y un punto situado a una altura h ($r = R_T + h$) mucho menor que el radio de la Tierra ($h \ll R_T$):

$$\Delta E_p = E_p\,(R_T + h) - E_p\,(R_T) = -\,\frac{GMm}{R_T + h} + \frac{GMm}{R_T} = \frac{GMm(R_T + h - R_T)}{(R_T + h)\cdot R_T} = \frac{GMmh}{R_T^2 + h \cdot R_T} \approx \frac{GMm}{R_T^2} \cdot h = m \cdot g_0 \cdot h$$

Donde hemos hecho la aproximación: $h \ll R_T \Rightarrow (R_T + h) \cdot R_T \approx R_T^2$ y donde $g_0 = \frac{GM}{R_T^2}$

Vemos que la expresión Ep= mgh es válida si h es muy pequeña comparada con el radio del planeta, de forma que el valor de g es más o menos constante (campo uniforme). Vemos también que lo correcto es escribir ΔEp, pero el valor de Ep en la superficie se considera 0 si usamos esta fórmula.

4. POTENCIAL GRAVITATORIO

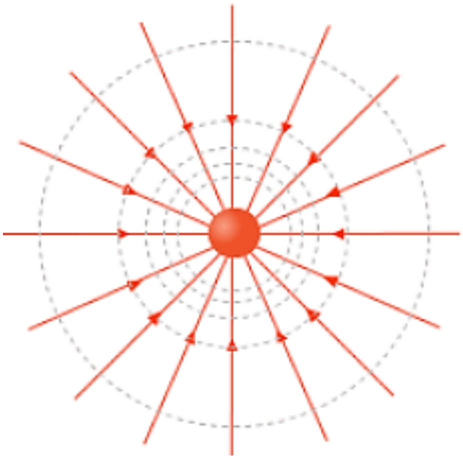
Se define potencial gravitatorio V en un punto como la energía potencial por unidad de masa que adquiriría una masa prueba colocada en dicho punto:

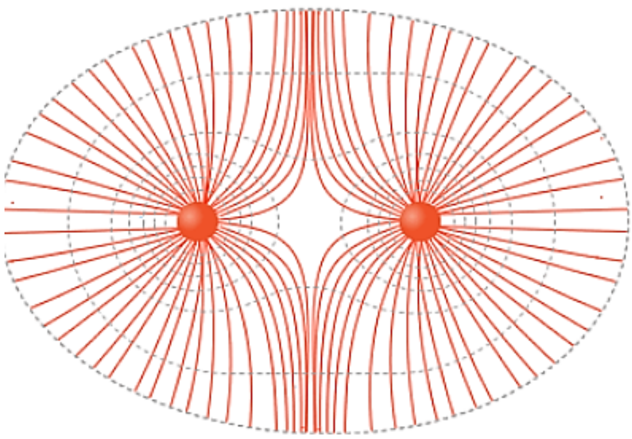
$$V = \frac{E_p}{m} = -G\frac{M}{r}$$

El potencial gravitatorio V creado por varias masas en un punto es la suma de los potenciales creados por cada una de ellas en ese punto (principio de superposición): $V = \sum V_i$

Superficie equipotencial es aquella en la que el potencial gravitatorio tiene el mismo valor en todos sus puntos. La superficie equipotencial creada por una masa puntual M es una esfera porque solo aquellos puntos que están a la misma distancia r de la masa M están al mismo potencial V.

Línea de campo es aquella línea en la que el campo gravitatorio es tangente a ella en cada punto, y su sentido es el del campo. Las líneas de campo de un campo creado por una masa puntual M se dirigen hacia M. Las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales:





Ejercicios de la HOJA 2 GRAVITATORIO